



Das Klassendiagramm zeigt den vollständigen Aufbau nach drei Aufgabenblättern, aktuell zu erstellende Teile sind mit einem roten Kasten markiert. Für Freunde präziser Klassendiagramme: <<nutzt>>-Beziehungen sind nicht eingezeichnet, weiterhin werden existierende und nutzbare get- und set-Methoden weggelassen.

**Aufgabe 8 (3 Punkte) [Operationen auf prädikatenlogischen Formeln und Termen]**

- a) Wenden Sie die folgenden Substitutionen
  - 1)  $[x:=y][y:=x]$
  - 2)  $[x:=z][z:=x]$
jeweils auf die folgenden Formeln an.
  - i)  $P(x, z) \wedge P(y, z)$
  - ii)  $\exists z (\forall y (P(x, z) \wedge P(y, z)))$
- b) Sind folgende beide Formeln äquivalent? Geben Sie eine informelle Begründung oder ein Gegenbeispiel an.
  - 1)  $\exists z (\forall x (P(x, z) \wedge Q(z, x)))$  und  $\forall x (\exists z (P(x, z) \wedge Q(z, x)))$
  - 2)  $\exists z (\forall x (P(x) \wedge Q(z)))$  und  $\forall x (\exists z (P(x) \wedge Q(z)))$
- c) Bringen Sie folgende Formeln schrittweise in die Pränexnormalform, geben Sie dazu jeweils die Ergebnisse nach jedem der vier Schritte an.

- 1)  $(\forall x \exists y (P(x)) \vee (\forall y \forall x (Q(x)) \vee (\exists y \forall x (R(x)))$   
2)  $\forall a \neg(\forall z \exists x \exists y (\neg(P(x, z) \vee P(y, z))))$

d) Bringen Sie folgende Formeln in die Skolem-Normalform.

- 1)  $\forall a \exists b \forall c \exists d \forall e \exists f P(a, b, c, d, e, f)$   
2)  $\exists a \exists b \forall c \exists d \exists e P(a, b, c, d, e)$

### Aufgabe 9 (6 Punkte)

Die Klassen *Formel*, *Relation* und *Term* haben jeweils eine Methode *substituierenTermFuerVariable((Term neu, Variable alt)* mit der eine *Variable alt* jeweils durch den *Term neu* ersetzt wird.

Die Klasse *Formel* bietet eine Methode *frei()*, die die Menge aller in der Formel frei vorkommenden Variablen enthält.

Die Klasse *Formel* bietet eine Methode *gebunden()*, die die Liste aller in der Formel gebunden vorkommenden Variablen, gegebenenfalls mehrfach, wenn unter verschiedenen Quantoren in einer Formel genutzt, enthält. Sollte ein Variablenname mehrfach in dieser Liste vorkommen, ist in Schritt 2 von a) eine Ersetzung in der jeweiligen Teilformel durchzuführen, wozu eine neue Variable zu definieren ist, diese als quantifizierte Variable zu nutzen und in der Restformel mit einer Substitution zu ersetzen ist.

Diese Methoden können in den folgenden Aufgaben genutzt werden.

- a) Realisieren Sie schrittweise die Umformung in die Pränexnormalform in vier Schritten (die letzten beiden Schritte gehören zum folgenden Aufgabenblatt), wie sie in der Klasse *Formel* bereits mit den vier Methoden *praenexnormalformSchritt*i*()* (*i*=1,2,3,4) angedeutet wird. Achten Sie in Schritt 2 darauf, dass die Namen der gebundenen Variablen eindeutig sind bzw. werden. Natürlich können Sie weitere Methoden ergänzen. Am Ende müssen zumindest die Tests aus *test.PraenexnormalformXTest* laufen (*X*=1,2,3,4).

Um die gesamte Pränexnormalform für eine Formel *f* zu berechnen, müssen die Methoden nacheinander ausgeführt werden.

```
Formel erg = f.praenexnormalformSchritt1()  
                .praenexnormalformSchritt2()  
                .praenexnormalformSchritt3() // naechstes Blatt  
                .praenexnormalformSchritt4();
```