| | | | |
|---|---|---|---|
| Thema: | Theoretische Informatik | | |
| Dozent: | Prof. Dr. Stephan Kleuker | Seitennummer: | Seite 1 von 10 |
| Studiengang: | Informatik – (MI und TI) | Studiensemester: | 4 |
| Datum: | | Bearbeitungszeit: | 120 Minuten |
| Matrikelnummer: | | Name: | |

*Diese Beispielklausur gibt einen Eindruck von den Inhalten der Originalklausur und ihrer Form. Die Punktzahlen in Klausuren können von dieser abweichen, die Aufgabenarten nicht. Die Aufgaben wurden in den Übungen bereits behandelt (bzw. werden noch behandelt), die angegebenen Lösungslinks zeigen die Lösungen, dort im Text erwähnte Aufgabennummern und Klausurpunkte sind irrelevant.*

Diese Klausur ist Bestandteil der Bachelor-Prüfung im Sinn der Prüfungsordnung.

Zugelassene Hilfsmittel: keine.

Überprüfen Sie, dass Ihre Arbeit aus 10 Blättern besteht. Schreiben Sie oben auf die Klausur Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Es ist nicht erlaubt, die Heftung der Klausur aufzutrennen. Schreiben Sie nur mit einem dokumentenechten Stift (kein Bleistift!) nicht in roter Farbe. Rückseiten können beschrieben werden.
Während der Klausur können keine Fragen gestellt werden, falls Sie meinen, dass eine Aufgabenstellung unklar ist, dokumentieren Sie Ihre Annahmen.

Es werden 50 Punkte zum Bestehen benötigt.

Unterschreiben Sie die Klausur.

| | | |
|---|---|---|
| **Aufgabe 1** | **/21** | |
| **Aufgabe 2** | **/15** | |
| **Aufgabe 3** | **/8** | |
| **Aufgabe 4** | **/7** | |
| **Aufgabe 5** | **/24** | |
| **Aufgabe 6** | **/11** | |
| **Aufgabe 7** | **/6** | |
| **Aufgabe 8** | **/8** | **Note:** |
| **Gesamt** | **/100** | |

Mit meiner Unterschrift bestätige ich, dass ich die Klausur alleine, nur unter Nutzung der zugelassenen Hilfsmittel, bearbeitet habe.

______________________________

Unterschrift

**Aufgabe 1 (Turing-Maschinen, 5+2+10+4 = 21 Punkte)**

a) Gegeben sei die Turing-Maschine auf der rechten Seite. Geben Sie für die Startworte aaaa und aaa die zugehörigen Berechnungen als Folge von Konfigurationen an, bis keine Folgekonfiguration mehr möglich ist.

b) Was vermuten Sie, was die Turing-Maschine generell mit dem Bandinhalt macht?

c) Zeigen Sie durch die Angabe einer Turing-Maschine, dass die Sprache $\{a^n ccb^n \mid n \geq 0\}$ von einer Turing-Maschine akzeptiert wird. Beschreiben Sie vorher Ihren Ansatz mit mindestens 2 Sätzen.

d) Geben Sie für die Startworte accb, $\varepsilon$ und ab die zugehörigen Berechnungen als Folge von Konfigurationen an, bis keine Folgekonfiguration mehr möglich ist.

```
% Zustaende
Z: Start z1 z2 z3 z4 S
% Alphabet, Leerzeichen # automatisch dabei
A: a b
% Start
S: Start
% Ueberfuehrungsfunktion
% alt  lesen neu schreiben Richtung
 Start   #    z1     #        L
 z1      a    z2     b        L
 z1      b    z2     b        L
 z1      #    z3     #        R
 z2      a    z1     a        L
 z2      b    z1     a        L
 z2      #    z3     #        R
 z3      a    z4     a        R
 z3      b    z4     #        R
 z4      a    z4     a        R
 z4      b    z4     b        R
 z4      #    S      #        S
```

Lösungsvideo

**Aufgabe 2 (kontextfreie Grammatiken, 3+1+2+2+5+2 = 15 Punkte)**

Gegeben sei folgende Grammatik ({Start,A, B},{a, b}, Regeln, Start) mit den Regeln

Start -> AB A-> aA | a | B | $\varepsilon$, B -> BB | b

a) Geben Sie für folgende Worte eine Ableitung an, wenn möglich: aabb, b, a
b) Ist die Grammatik mehrdeutig? Begründen Sie ihre Antwort.
c) Welche Sprache wird von der Grammatik erzeugt?
d) Ist die Sprache mehrdeutig? Begründen Sie ihre Antwort.

Gegeben sei folgende kontextfreie Sprache $L = \{a^n b^{n/3} \mid n \geq 0\}$, dabei steht / für ganzzahlige Division.

e) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die L erzeugt
f) Geben Sie für Ihre Grammatik Ableitungen für folgende Worte an: $\varepsilon$, aa, aaab, aaaab

Lösungsvideo

**Aufgabe 3 (Transformation kontextfreier Grammatiken, 3+3+2=8 Punkte)**

Gegeben sei jeweils folgende Grammatik ({Start, A, B, C}, {a, b, c}, Regeln, Start) mit Regeln

a) Start -> ABC A -> AAB | ε B -> b | ε C -> CC | c

Geben Sie eine sprachäquivalente Grammatik (Regelmenge) ohne ε-Regeln an.

b) Start -> ABC A -> BB B -> b | A C -> c | A

Geben Sie eine sprachäquivalente Grammatik (Regelmenge) ohne Ketten-Regeln an.

c) Start -> ABC A -> ABC | a B -> b | ABC C -> ABC | c

Geben Sie eine sprachäquivalente Grammatik (Regelmenge) in Chomsky-Normalform an.

Lösungsvideo

**Aufgabe 4 (Überprüfung von Worten mit CYK, 7 Punkte)**

Gegeben Sei die folgende Grammatik mit Nichtterminalen {A,B,C,D,E,F,S}, Terminalen {a,b,c} und Startsymbol S in Chomsky-Normalform. Überprüfen Sie durch Angabe der Matrix des Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus ob das Wort bbccc mit der Grammatik erzeugbar ist. Sollte es der Fall sein, geben Sie eine Ableitung an.

```
S -> AC    S -> c     S -> DF    A -> BB    A -> b     B -> b    B -> BB
C -> c     C -> DE    D -> c     E -> DC    F -> DC
```

| b | b | c | c | c |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

Lösungsvideo

(nur rechte Seite im Video relevant)

**Aufgabe 5 (Semantik und Verifikation von Programmen, 3+3+5+10+3=24 Punkte)**

Gegeben Seien die folgenden zwei Programme, wobei angenommen werden kann, dass alle Variablen einen ganzzahligen Typen haben.

```
P1 ≡    x := y;
        y := x;

P2 ≡  z := 1;
      while(not (x == 0)){
            z := z + 1;
            x := x - z;
      }
```

$$\{p[x:=y]\}\ \texttt{x := y;}\ \{p\}$$

$$\frac{\{p\}\ \mathrm{Prog1}\ \{q\},\ \{q\}\ \mathrm{Prog2}\ \{r\}}{\{p\}\ \mathrm{Prog1}\ \mathrm{Prog2}\ \{r\}}$$

$$\frac{\{p \land B\}\ \mathrm{Prog1}\ \{q\},\ \{p \land \neg B\}\ \mathrm{Prog2}\ \{q\}}{\{p\}\ \texttt{if (B) \{Prog1\} else \{Prog2\}}\ \{q\}}$$

$$\frac{\{p \land B\}\ \mathrm{Prog}\ \{p\}}{\{p\}\ \texttt{while (B) \{Prog\}}\ \{p \land \neg B\}}$$

$$\frac{p \rightarrow p1,\ \{p1\}\ \mathrm{Prog}\ \{q1\},\ q1 \rightarrow q}{\{p\}\ \mathrm{Prog}\ \{q\}}$$

a) Betrachtet wird der folgende Zustand z mit: z(x)=2, z(y)=3. Berechnen Sie für alle Programme (i=1,2) SemPart(Pi,z) die partielle Semantik und Sem(Pi, z) die totale Semantik. Es reicht jeweils die Angabe des Ergebnisses.

Lösungsvideo zu a)

Beweisen oder widerlegen Sie die partielle Korrektheit folgender Hoare-Tripel.

b) {z=x} `y := x + 5; x := y + 5;` {z=x-10}

c) {x>0 ∧ x <16}

```
if (x>8) {
  x := x - 8;
} else {
  x := x + 3;
}
```

{x>0 ∧ x <12}

Lösungsvideo zu b),c)

d) {z=x-y ∧ x>y}

```
u := 0;
while(not(x == y)){
  u := u + 1;
  x := x - 1;
}
```

{u=z}

e) {z=y} `y := x + 5; x := y + 5;` {z=y-5}

Lösungsvideo zu d) e)

[**Wiederholung** der Aufgaben b)-e) der vorherigen Seite]
Beweisen oder widerlegen Sie die partielle Korrektheit folgender Hoare-Tripel.

b) {z=x} `y := x + 5; x := y + 5;` {z=x-10}

c) {x>0 ∧ x <16}

```
if (x>8) {
  x := x - 8;
} else {
  x := x + 3;
}
```

{x>0 ∧ x <12}

d) {z=x-y ∧ x>y}

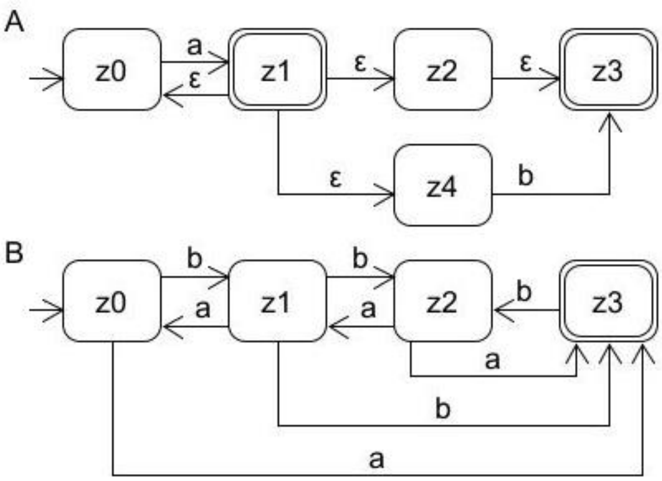
```
u := 0;
while(not(x == y)){
  u := u + 1;
  x := x - 1;
}
```

{u=z}

e) {z=y} `y := x + 5; x := y + 5;` {z=y-5}

**Aufgabe 6 (endliche Automaten transformieren, 3+7+1=11 Punkte)**

a) Geben Sie zum Automaten A das Zustandsdiagramm eines sprachäquivalenten Automaten ohne Epsilon-Übergänge durch Anwendung des passenden Transformationsalgorithmus der Veranstaltung an.
b) Geben Sie zum Automaten B das Zustandsdiagramm eines sprachäquivalenten vollständigen deterministischen Automaten durch Anwendung des passenden Transformationsalgorithmus der Veranstaltung an.
c) Welche Sprache akzeptiert der Automat A?



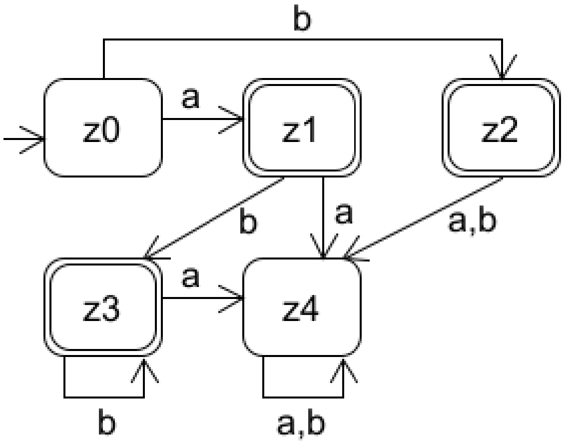

Lösungsvideo

**Aufgabe 7 (Überprüfung auf Akzeptierbarkeit, 6 Punkte)**
Begründen oder widerlegen Sie möglichst detailliert, dass folgende Sprache von einem endlichen Automaten akzeptiert werden kann: $L = \{a^n \mid n \text{ ist Primzahl}\}$

Lösungsvideo

für Aufgabe 7 und Aufgabe 8 zusammen

**Aufgabe 8 (Minimierung von Automaten, 8 Punkte)**
Geben Sie für den nachfolgenden Automaten einen sprachäquivalenten minimalen Automaten als Zustandsdiagramm an. Zeigen Sie die Anwendung des Verfahrens aus der Veranstaltung.




| | z1 | z2 | z3 | z4 |
|---|---|---|---|---|
| z0 | | | | |
| z1 | | | | |
| z2 | | | | |
| z3 | | | | |

Lösungsvideo

für Aufgabe 7 und Aufgabe 8 zusammen

[leeres Blatt, für Lösungen nutzbar]