

Hinweis: Da in der Vorlesung eher praxisrelevante theoretische Überlegungen im Mittelpunkt stehen, steht in diesem Blatt die Konstruktion von Turing-Maschinen wieder im Mittelpunkt.

Entwickeln Sie in der Übung die Turing-Maschinen zu 8a), b). Die beschriebene Validierung könnten Sie später durchführen, wenn die Zeit eng werden sollte. Es stehen keine Punkte an den Aufgaben, da dies Alternativen zu den Aufgaben von Blatt 2 sind.

Aufgabe 8 (Weitere Experimente mit Turing-Maschinen)

Arbeiten Sie weiter mit dem Eclipse-Projekt des vorherigen Aufgabenblatts.

a) Schreiben Sie eine Turing-Maschine, die für Binär-Zahlen $+1$ rechnet, diese Funktion also turing-berechenbar ist. Dafür steht als Eingabe eine Folge von 0 und 1 auf dem Band und zu dieser Binärzahl soll eins addiert werden. Beachten Sie, dass für Zahlen wie 111 für das korrekte Ergebnis das Ergebnis 1000 um eine Bandposition nach rechts geschoben werden muss, damit weiterhin links am Bandende ein Leerzeichen (#) steht. Beschreiben Sie Ihren Ansatz mit mindestens 2 Sätzen. Schreiben Sie Ihre Maschine in die Datei `beispiele/turingmaschinen/TMPlus1.tm`. Prüfen Sie Ihr Ergebnis mit `test.turingMaschine.TMPlus1Test.java`.

b) Zeigen Sie durch die Angabe einer Turing-Maschine, dass die Sprache $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ von einer Turing-Maschine akzeptiert wird. Beschreiben Sie Ihren Ansatz mit mindestens 2 Sätzen. Schreiben Sie Ihre Maschine in die Datei `beispiele/turingmaschinen/TMa_nb_n_c_n.tm`. Prüfen Sie Ihr Ergebnis mit `test.turingMaschine.TMa_nb_n_c_nTest.java`.

c) Zeigen Sie mit Hilfe einer Turing-Maschine, dass die Funktion $f(I^n, I^m) = (I^m, I^n)$, also vertauschen, turing-berechenbar ist. Beschreiben Sie Ihren Ansatz mit mindestens 2 Sätzen. Schreiben Sie Ihre Maschine in die Datei `beispiele/turingmaschinen/TMSwap.tm`. Prüfen Sie Ihr Ergebnis mit `test.turingMaschine.TMSwapTest.java`.

Aufgabe 9 (👉 Variante von Turing-Maschinen-Definition)

Die sehr interessante Seite <https://flaci.com/autoedit> ermöglicht die weitere Vertiefung in das Thema-Turing-Maschinen. Allerdings wird dort eine etwas andere Definition von Turing-Maschinen genutzt.

- Zeigen Sie wie die dortige und unsere Definition von Turing-Maschinen fachlich das Gleiche beschreiben, klicken Sie dazu auf eine der Beispiel-Turing-Maschinen und erklären Sie die Zusammenhänge zwischen den Definitionsteilen.
- Beschäftigen Sie sich mit der Funktionsweise der dortigen Variante der Turing-Maschine auf der Web-Seite. Welche Unterschiede in der beschriebenen Funktionsweise gibt es zu der in der Veranstaltung benutzten? Lassen Sie dazu z. B. eine der angegebenen Beispiel-Maschinen laufen.

Aufgabe 10 (Reduktion)

Wir wissen, dass es für eine Reduktion $\text{Sprache1} \leq_f \text{Sprache2}$ eine turing-berechenbare Funktion f mit

- für alle w : $w \in \text{Sprache1}$ folgt $f(w) \in \text{Sprache2}$
- für alle w : $w \notin \text{Sprache1}$ folgt $f(w) \notin \text{Sprache2}$

geben muss.

Gegeben seien die folgenden Sprachen, erklären Sie anschaulich („zu schreiben ist eine Turing-Maschine, die wie folgt arbeitet ...“), dass eine solche Reduktion möglich ist.

- a) Sprache1 = {a, b, c}, Sprache2 = {aa, bb}
- b) Sprache1 = {a³ⁿ | n ∈ NatürlicheZahlen}, Sprache2 = {bⁿ | n ∈ NatürlicheZahlen}
- c) Sprache1 = AllgemeineHalteproblemsprache(w) = {T | die Turing-Maschine T hält auf w angesetzt an}, Sprache2 = Erreichbarkeitssprache(z,w) = { T | die Turing-Maschine T erreicht bei der Bearbeitung der Eingabe w irgendwann den Zustand z}