



Hinweis: Diese Lernnotiz enthält einen sehr sinnvollen Vorschlag um den Lehrstoff der 10. Woche der Veranstaltung (18.5) zu erlernen. Er ist gegliedert in die generellen Ziele und die Arbeitsschritte. Es ist notwendig, dass Sie die in dieser Lernnotiz genannten Videos bis zum Ende der offiziellen Vorlesungszeit (Mo 13:45) durchgearbeitet haben. Zur Vorlesungszeit besteht die Möglichkeit in Zoom Fragen zu stellen und weitergehende Themen zu diskutieren.

<https://hs-osnabrueck.zoom.us/my/kleuker>

Denken Sie daran, dass Fragen auch per E-Mail gestellt werden können.

Ziele

- Fähigkeit zur Erstellung von Automaten zu gegebenen Sprachen
- Fähigkeit zur schrittweisen Transformation eines endlichen Automaten mit Epsilon-Übergängen über einen nichtdeterministischen Automaten ohne Epsilon-Übergänge zu einem deterministischen Automaten
- Verständnis des Pumping Lemmas für Automaten und Fähigkeit zur Anwendung, um zu prüfen ob eine Sprache durch einen Automaten beschreibbar ist

Arbeitsschritte

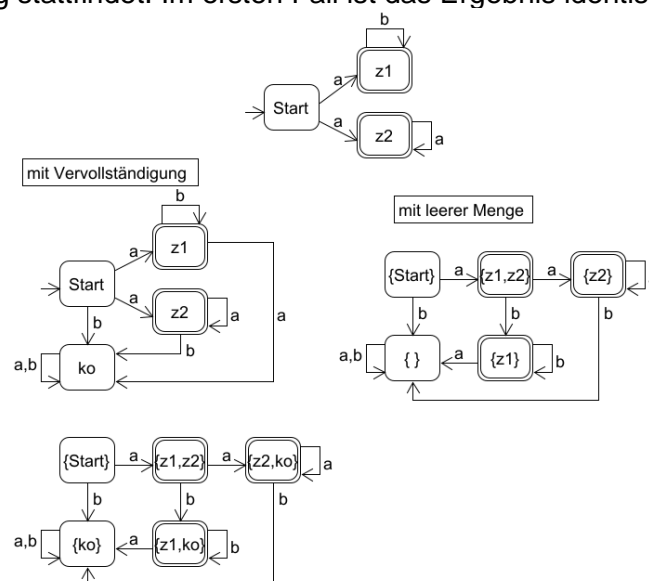
- Laden Sie sich das folgende Video zuerst herunter, wenn Sie die HS-Plattform nutzen und schauen Sie sich dieses an. Es ist sinnvoll die Folien danach nochmals durchzugehen.

Folien 240 – 260: Transformation beliebiger Automaten in deterministische Automaten

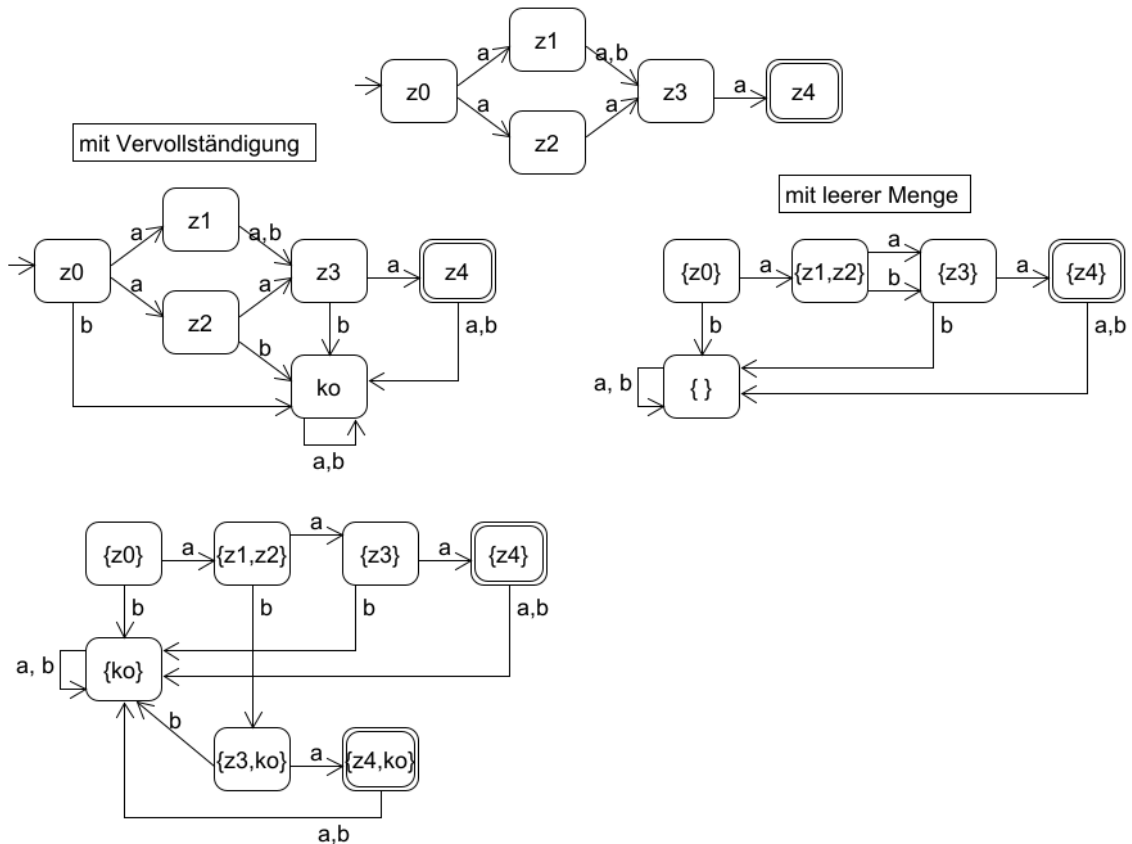
<http://kleuker.iui.hs-osnabrueck.de/Videos/Theorie/TheorieAutomaten2V2.mp4>

(88:11), auch https://youtu.be/52UpoolC5_w

Beachten Sie, dass im Video zwei Varianten beim Übergang vom nichtdeterministischen zum deterministischen Automaten beschrieben werden. In der ersten Variante wird der Automat zunächst vervollständigt, in der zweiten nicht. Beide Wege führen zu sprachäquivalenten deterministischen Automaten und der angegebene Algorithmus ist unabhängig davon, ob erst die Vervollständigung stattfindet. Das nachfolgende Beispiel zeigt die beiden Wege, wobei links zuerst eine Vervollständigung stattfindet. Im ersten Fall ist das Ergebnis identisch.



Das zweite Beispiel zeigt, dass durch die Vervollständigung eventuell ein deterministischer Automat mit mehr Zuständen entsteht. Dazu wird eine Situation benötigt, wie sie mit $\{z1,z2\}$ und den Übergängen mit a und b gegeben ist.



Für die Klausur und die Übung ist es egal, welchen Weg Sie nutzen. Die zur Verfügung gestellte Software nutzt standardmäßig den Weg mit der Vervollständigung bei der Berechnung des deterministischen sprachäquivalenten Automaten mit `ea.deterministisch()`. Durch `ea.deterministisch(false)` wird auf die Vervollständigung verzichtet.

Da Automaten vor ihrer Nutzung am Ende minimiert werden, ist der Ansatz relativ egal, da die Minimierung immer das gleiche Ergebnis liefert,

Die Konstruktion eines nichtdeterministischen Automaten mit n Zuständen, dessen deterministischer 2^n Zustände hat, ist etwas komplexer als im Video behauptet (Übungsaufgabe).

Der Algorithmus auf Folie 256 funktioniert nur, wenn `w.get(0)` für ein leeres Wort ein nicht zum Alphabet gehörendes Zeichen liefert und so über `über(z,w.get(0))` die leere Menge berechnet. In einem etwas schönerem Pseudo-Code würde der Algorithmus wie auf den herunterladbaren Folien aussehen.

Die Folie 259 ist um die kleine aber wichtige Randbedingung ergänzt worden, dass die Länge von $|xy| \leq n$ ist. Dies bedeutet, dass der es einen nicht zu langen Anfang des Wortes geben muss, das aufgepumpt werden kann. Diese Randbedingung ist wichtig, wird aber in vielen Beweisen nicht benötigt. Sie ist z. B. relevant, um zu zeigen, dass die Sprache $L = \{w \mid w \text{ enthält gleich viele } a \text{ und } b\}$ nicht von einem endlichen Automaten akzeptiert werden kann. Intuitiv kann man sich denken, dass nur eine Stelle gefunden werden muss, bei der ein `a` neben einem `b` steht und dann diese zwei Zeichen aufgepumpt werden können. Das wäre ohne die Randbedingung korrekt, aber mit der Randbedingung kann für jedes n das Wort $a^n b^n \in L$ gewählt werden und dann darf nach Randbedingung nur ein Stück nur aus `a` aufgepumpt werden, wodurch das Ergebnis aber nicht mehr in L liegt.



Prof. Dr. Stephan Kleuker
Hochschule Osnabrück
Fakultät Ing-Wiss. und Informatik
- Software-Entwicklung -

Theoretische Informatik

Sommersemester 2026

10. Lernnotiz

Auf Folie 260 ist im Video erst vom Wort w dann von v und dann wieder von w die Rede. Am Ende müsste statt w einfach v stehen. Noch einfacher kann immer w stehen.

- Laden Sie sich das Aufgabenblatt 10 herunter und nehmen Sie an der zugehörigen Übung teil. Fragen zu den Aufgaben können natürlich auch während der am Anfang genannten Kontaktzeiten direkt oder per E-Mail gestellt werden.
- Bearbeiten Sie das Quiz unter http://kleuker.iui.hs-osnabrueck.de/quiz/theo10_01010.html und merken Sie sich die oben angegebenen Lösungsbuchstaben.
- Lesen Sie das zur Vorlesung gehörende Fragen-Und-Antworten-Dokument, das meist kurz nach der Vorlesung auf der Veranstaltungsseite in der Nähe dieser Lernnotiz steht.
- Prüfen Sie, ob Sie die angegebenen Lernziele erreicht haben.